Формула Байеса

1. Пусть $P(A) > 0$ и $P(B) > 0$. Докажите, что

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}.$$

2. В трёх коробках лежат по две монеты: две золотые, две серебряные, золотая и серебряная. Из случайной коробки наугад извлекли золотую монету. Какова вероятность того, что и вторая монета в ней золотая?

3. В урне лежат w белых и b чёрных шаров. Один шар случайно потерялся. Из оставшихся шаров наугад вынимают один, и он оказывается белым. Какова вероятность того, что потерянный шар также был белым?

4. Заболевание встречается у 0,1% населения. Тест выявляет его у больных с вероятностью 99%, а у здоровых дает ложноположительный результат с вероятностью 5%. Какова вероятность наличия болезни при положительном результате теста?

5. Из всех подмножеств множества $\{1, 2, \ldots, n\}$ независимо и равновероятно выбирают два: A и B. Известно, что $A \subseteq B$. Какова вероятность, что A пусто?

6. Чемодан равновероятно оставлен в одном из n вагонов. Если чемодан находится в вагоне, то при осмотре этого вагона его находят с вероятностью p. Первые $n - 1$ вагонов осмотрены, чемодан не найден. Какова вероятность того, что он находится в n-м вагоне?

7. В некоторой семье двое детей (считаем, что рождение девочки и мальчика равновероятны). Какова вероятность того, что в семье один мальчик и одна девочка, если известно, что **a)** один из детей – мальчик; **b)** один из детей – мальчик и он родился в понедельник?