

1. На круглом столе радиуса R расположено без наложений n монет радиуса r так, что больше ни одной монеты положить нельзя. Докажите, что $R/r \leq 2\sqrt{n} + 1$.
2. В круге радиуса 16 расположены 650 точек. Докажите, что есть круговое кольцо с внутренним радиусом 2 и внешним радиусом 3, в котором лежит не менее 10 из этих точек.
3. Докажите, что в выпуклый многоугольник площади S и периметра P можно вписать круг радиуса S/P .
4. В квадрате со стороной $n > 100$ отметили конечный набор точек. Каждой отмеченной точке приписали положительный вес, меньший n^2 . Известно, что для любой точки, если обозначить её вес через a , то сумма весов всех точек, находящихся от неё на расстоянии не больше $\sqrt{a}$, не превышает $6a$. Докажите, что сумма всех весов меньше $36n^2$.
5. Во всех узлах целочисленной решетки, кроме одного, в котором находится охотник, растут деревья, стволы которых имеют радиус r . Докажите, что охотник не может увидеть зайца, находящегося от него на расстоянии больше $\frac{1}{r}$.
6. Дан конечный набор квадратов с суммарной площадью 4. Докажите, что ими можно покрыть квадрат площади 1.
7. Дано целое число $n \geq 2$. На сфере радиуса 1 требуется расположить n попарно непересекающихся дуг больших окружностей, все дуги равной длины α . Докажите, что а) при любом $\alpha < \pi + \frac{2\pi}{n}$ это возможно; б) при любом $\alpha > \pi + \frac{2\pi}{n}$ это невозможно.
8. Каждой стороне a выпуклого многоугольника поставили в соответствие максимальную площадь треугольника, содержащегося внутри многоугольника и имеющего a в качестве стороны. Докажите, что сумма площадей, поставленных в соответствие всем сторонам многоугольника не меньше удвоенной суммы всего многоугольника.