Принцип крайнего в геометрии

1. На каждой из 99 планет, попарные расстояния между которыми различны, находится по астроному, который наблюдает за ближайшей к нему планетой. Докажите, что за некоторой планетой не наблюдает никто.

2. 6 кругов расположены на плоскости так, что некоторая точка P лежит внутри каждого из них. Докажите, что один из этих кругов содержит центр другого.

3. Из точки, лежащей внутри выпуклого многоугольника, опустили высоты на все его стороны. Докажите, что по крайней мере одно из оснований высот лежит на стороне многоугольника, а не на её продолжении.

4. Есть 100 красных, 100 жёлтых и 100 зелёных палочек. Известно, что из любых трёх палочек трёх разных цветов можно составить треугольник. Докажите, что найдётся такой цвет, что из любых трёх палочек этого цвета можно составить треугольник.

5. На плоскости даны n красных и n синих точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что можно провести n отрезков с разноцветными концами, не имеющих общих точек.

6. На плоскости даны n точек и отмечены середины всех отрезков с концами в этих точках. Докажите, что всего есть не менее $2n$–3 различных отмеченных точек.

7. На плоскости отмечено 100 точек так, что на любой прямой, соединяющей две отмеченные точки, лежит по крайней мере еще одна отмеченная точка. Докажите, что все отмеченные точки лежат на одной прямой.