

Удвоение медианы

1. В треугольнике ABC проведена медиана CM . Докажите, что $\frac{1}{2}|AC - BC| < CM < \frac{1}{2}(AC + BC)$.
2. Медиана треугольника образует со сторонами, выходящими из той же вершины, углы 40° и 70° . Докажите, что медиана равна половине одной из сторон.
3. На сторонах AC и BC вне треугольника построены квадраты $ACKL$ и $BCNT$. Докажите, что KN в два раза больше медианы CM треугольника ABC .
4. В треугольнике ABC медиана, проведённая из вершины A , в четыре раза меньше стороны AB и образует с ней угол 60° . Найдите угол BAC .
5. Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ равны 3 и 5 соответственно, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2. Найдите площадь трапеции $ABCD$.
6. В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектриса BD в два раза короче биссектрисы AE . Найдите углы треугольника ABC .
7. С помощью циркуля и линейки постройте треугольник ABC по двум сторонам AC , BC и медиане CM .
8. Внутри угла AOB отмечена точка P . Проведите через точку P прямую, которая отсекает от данного угла треугольник наименьшей площади.
9. Про выпуклый четырёхугольник $ABCD$ известно, что $AB = BC = CD$ и $\angle BMC = 90^\circ$, где M – середина стороны AD . Найдите угол между прямыми AC и BD .
10. Медианы треугольника ABC пересекаются в точке M . Найдите длину медианы, проведённой к стороне BC , если $\angle BAC = 47^\circ$, $\angle BMC = 133^\circ$ и $BC = 4\sqrt{3}$.