

Под алгебраической кривой будем понимать множество нулей многочлена от двух переменных. В случае степеней два и три алгебраические кривые будем называть квадраками и кубиками соответственно.

1. Докажите, что любую конику, проходящую через четыре точки A, B, C и D общего положения. Можно представить в виде $\lambda \cdot \ell_{AB} \cdot \ell_{CD} + \mu \cdot \ell_{BC} \cdot \ell_{AD} = 0$, где $\ell_{IJ} = 0$ — уравнение прямой, проходящей через точки I, J
2. Докажите теорему о бабочке с помощью прошлой задачи.
3. Докажите, что если две коники имеют четыре общие точки, то они лежат на одной окружности тогда и только тогда, когда их оси перпендикулярны.

Дробно-линейным назовём преобразование $x \rightarrow \frac{ax + b}{cx + d}$, где $ad - bc \neq 0$.

4. Докажите, что преобразование $\mathbb{R}P$ ($\mathbb{C}P$) является проективным тогда и только тогда, когда оно является дробно-линейным.
5. Докажите *ТДИ*.
6. Восьмиугольник со сторонами ℓ_1, \dots, ℓ_8 вписан в конику. Докажите, что восемь точек пересечения прямых ℓ_i и ℓ_j , где $j - i \equiv_8 3$, лежат на одной конике.
7. Докажите, что если 2 вырожденные кубики пересекаются по девяти точкам, то любая кубика, проходящие через восемь из них проходит и через девятую.
8. Докажите теорему *Паскаля*, теорему *Паппа*, теорему *Дезарга* и теорему *Микеля*.
9. Пусть три коники все проходят через пару точек и любые две из них пересекаются еще по двум точкам — проведем через них по прямой. Докажите, что они пересекаются в одной точке.