

Выпрямление траекторий

1. По прямой в одном направлении на некотором расстоянии друг от друга движутся n одинаковых шариков, а навстречу им движутся m других таких же шариков. Скорости всех шариков одинаковы. При столкновении любых двух шариков они разлетаются в противоположные стороны с той же скоростью, с какой двигались до столкновения. Сколько всего столкновений произойдёт между шариками?
2. Дан квадратный бильярд. Из одного из этих углов нужно запустить шар так, чтобы он впервые попал в центр квадрата, ударившись о стороны ровно 123 раза. Сколькими способами это можно сделать?
3. Окружность ω проходит через вершины A , B и пересекает катеты CA , CB прямоугольного треугольника ABC в точках E , F . Точки E_1 и F_1 – основания перпендикуляров, опущенных на AB из точек E и F соответственно. Докажите, что $E_1E + EF + FF_1 \leq AB$.
4. На арене круглого цирка радиуса 10 метров бегают лев. Двигаясь по ломаной линии, он пробежал 30 километров. Доказать, что сумма всех углов, на которые лев поворачивал, не меньше 2998 радиан.
5. Из n различных точек круговой трассы выехало n машин с одной и той же скоростью (возможно в разных направлениях). Всякий раз, когда встречаются две машины, они мгновенно меняют направления на противоположные и продолжают движение без потери скорости. Докажите, что в некоторый момент времени каждая машина окажется в своей начальной точке.