

Теорема Хелли на прямой

1. (Хелли) На прямой отметили несколько отрезков, любые два из которых пересекаются. Докажите, что все отрезки имеют общую точку.
2. На координатной плоскости нарисовано несколько попарно пересекающихся прямоугольников со сторонами, параллельными осям координат. Докажите, что некоторая точка принадлежит всем прямоугольникам.
3. На окружности ω отметили 100 дуг. Любые
 - а) 99 дуг имеет общую точку. Обязательно ли все отмеченные дуги пересекаться в одной точке?
 - б) две дуги пересекаются. Докажите, что существует прямая, проходящая через центр окружности ω и пересекающая все нарисованные дуги.
4. На плоскости дано 50 попарно пересекающихся выпуклых фигур и точка O . Докажите, что через O можно провести прямую, пересекающую все эти фигуры.
5. На каждом из нескольких кусков бумаги произвольной формы поставлено по кляксе. Назовём картонный круг *подходящим* для данного куска, если им можно накрыть кляксу на этом куске, не выходя за его пределы. Дан набор картонных кругов разных радиусов таких, что для любых двух кусков найдётся круг, подходящий для каждого из них. Докажите, что в этом наборе есть круг, подходящий для всех кусков.
6. (Цветная теорема Хелли) На прямой даны набор белых и набор чёрных отрезков. Любой чёрный отрезок пересекается с любым белым отрезком. Докажите, что все отрезки одного из цветов имеют общую точку.